LIMITES ET CONTINUITÉ (3)

Exercice (1)

Calculer les limites suivantes

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x\sqrt{x}-1}$	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$	$\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^3+1}{4x^2-x+2}\sin\left(\dfrac{3}{x}\right)$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+3x\sqrt{x}-4}{\sqrt{x^3}+x-2}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{\dfrac{x^3}{x+2}}-x$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1-x}{\sqrt[3]{1-2x}-1+x}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arctan\left(\sqrt{1+2x}-1-x\right)}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}-\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+ax+1}-x\ ;\ a\in\mathbb{R}$

Exercice (2)

Montrer que la fonction f admet un prolongement par continuité au point $a=0$

1) $f(x)=x^2E\left(\dfrac{-2}{x}\right)$

2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+2x^2}\cos x-1}{x^2}$

Exercice (3)

Soit n un entier naturel tel que $n\geq 2$ et on pose $f_n(x)=\dfrac{1-\cos x\cos 2x.........\cos nx}{x^2}$

Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f_n(x)$

Exercice (4)

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}-x}{x^2} & ;\quad x\neq 0 \\ f(0)=-\dfrac{1}{4} \end{cases}$

Déterminer D_f puis étudier la continuité de f sur D_f

Exercice (5)

Soit $f\ et\ g$ deux fonctions définies et continue sur $[a,b]$ telles que $f(a)=g(b)$ et $f(b)=g(a)$

Montrer que $(\exists c\in[a,b])\quad f(c)=g(c)$

Exercice (6)

Soient $a\ et\ b$ deux réels . on considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-x+a}{x-2} & ;\quad x>2 \\ f(x)=\dfrac{2x+b}{x-3} & ;\quad x\leq 2 \end{cases}$

1) discuter suivant a la limite $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$

2) déterminer $a\ et\ b$ pour que f soit continue en $x_2=2$